UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis
Dipl.-Math. E. Krämer

12. Übung zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler I

Wintersemester 2013/2014

Abgabe: Freitag, 24.1.2014, vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe

10 Punkte

Sei $D \subset \mathbb{R}$ und seien $f, g : D \to \mathbb{R}$ n-mal differenzierbar. Zeigen Sie:

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)}.$$

Hinweis: $\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$.

2. Aufgabe

10 Punkte

Eine bestimmte reelle Größe wird unter den gleichen Bedingungen n-mal gemessen. Die hierbei gemessenen Werte $a_1, \dots, a_n$ stimmen wegen der unvermeidlichen Messfehler nicht überein. Nach Gauß betrachtet man den Wert a als das zuverlässigste Ergebnis der Messung, für den die quadratische Abweichung

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} (x - a_j)^2$$

von den Messwerten minimal wird. Bestimmen Sie diesen Wert a.

3. Aufgabe

10 Punkte

Geben Sie eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an, die genau 3-mal differenzierbar auf $\mathbb{R}$ ist. Beweisen Sie Ihre Behauptung.

4. Aufgabe

4+(3+3) Punkte

1. Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ das Taylorpolynom n-ten Grades zum Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ sowie das Restglied von
$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1.$$

2. Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ das Taylorpolynom n-ten Grades zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ von
   a) $f(x) = x^2 + e^x$,
   b) $f(x) = \cos(x)$.