UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis
Dipl.-Math. E. Krämer

12. Übung zur Vorlesung

Höhere Mathematik für Ingenieure IV

Sommersemester 2014

Abgabe: Dienstag, 15.7.2014, vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe

2 + 3 Punkte

Berechnen Sie die folgenden reellen Integrale durch Interpretation als komplexe Kurvenintegrale mit Hilfe des Residuensatzes.

1. $\displaystyle\int_0^{2\pi} 2\cos^3(t) + 3\cos^2(t)\,\mathrm{d}t$,
2. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{1+\cos^2(t)}\,\mathrm{d}t$.
   Hinweis: Verwenden Sie das Additionstheorem $\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t)$.

2. Aufgabe

1 + 3 + 1 Punkte

Gegeben sei die 2π-periodische Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} x & , \quad 0 \le x < \pi \\ \pi & , \quad \pi \le x < 2\pi \end{cases} .$$

1. Skizzieren Sie f.
2. Bestimmen Sie die Fourier-Reihe zu f.
3. Wählen Sie eine passende Stelle x, um zu zeigen:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \cdots$$

3. Aufgabe

1 + 2.5 + 2.5 Punkte

Ein Feder-Masse-System werde von einer äußeren Kraft angetrieben, die an der Masse angreift. Bei Vernachlässigung der Reibung lässt sich ein solches System durch die Differentialgleichung

$$my''(t) + ky(t) = F(t)$$

beschreiben, wobei m die Masse, k die Federkonstante und F die Antriebskraft bezeichnen.

Bei einer periodischen Anregung, d. h. einer periodischen Kraft F, lässt sich eine spezielle Lösung des inhomogenen Systems mit Hilfe von Fourier-Reihen bestimmen.

1. Geben Sie die Differentialgleichung für den Fall an, dass eine Masse von 1 [kg] verbunden ist mit einer Feder mit Konstante 2 [N/m] und von einer periodischen Kraft angetrieben wird, die jeweils 1 [s] lang 1 [N] ausübt und 1 [s] lang nicht antreibt.
2. Bestimmen Sie die Fourier-Reihe der Funktion F.
3. Berechnen Sie die spezielle Lösung y_s, indem Sie sie ebenfalls als Fourier-Reihe ansetzen.