

11. Übung zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler II Sommersemester 2015

Abgabe: Donnerstag, 16.7.2015, vor der Vorlesung

1. Aufgabe

1.5+1.5+3+3+3 Punkte

Gegeben seien folgende auf dem Rechteck $M = [0, 1] \times [0, 1]$ stetigen Funktionen:

$$F : M \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x, y) = \begin{cases} 1 - 2x, & \text{wenn } 2x < 1, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$G : M \rightarrow \mathbb{R}, \quad G(x, y) = \begin{cases} 1 - 2y, & \text{wenn } 2y < 1, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$H : M \rightarrow \mathbb{R}, \quad H(x, y) = \begin{cases} 1 - x - y, & \text{wenn } x + y < 1, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$P : M \rightarrow \mathbb{R}, \quad P(x, y) = \begin{cases} 1 - x^2 - y, & \text{wenn } x^2 + y < 1, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$Q : M \rightarrow \mathbb{R}, \quad Q(x, y) = \begin{cases} 1 - x - y^2, & \text{wenn } x + y^2 < 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Skizzieren Sie die Mengen, wo die jeweiligen Funktionen nicht Null sind. Berechnen Sie die Integrale

$$\int_M F(x, y) dx dy, \quad \int_M G(x, y) dx dy, \quad \int_M H(x, y) dx dy, \quad \int_M P(x, y) dx dy, \quad \int_M Q(x, y) dx dy.$$

2. Aufgabe

5+6 Punkte

Zeichnen Sie die Integrationsgebiete der folgenden Integrale und bestimmen Sie diese:

1. $\int_M \frac{\sin(x)}{x} dx dy$ mit $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq x\}$,

2. $\int_M x + y^2 dx dy$, wobei M das Dreieck mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(1, 0)$ und $(0, 1)$ ist.

3. Aufgabe

11 Punkte

Die Ebene $x + y + z = 6$ bildet mit den drei Koordinatenebenen (also $x = 0$, $y = 0$ und $z = 0$) eine gleichseitige Pyramide. Bestimmen Sie ihr Volumen.