

14. Übung zur Vorlesung  
**Mathematik für Naturwissenschaftler I**  
Wintersemester 2016-2017

Abgabe: Freitag, 17.2.2017

---

### 1. Aufgabe

3+3+3+3=12 Punkte

Bestimmen Sie Stammfunktionen der folgenden Funktionen mit Hilfe der Partialbruchzerlegung:

(a)  $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x+1)},$

(b)  $f(x) = \frac{x^4}{(x^2-1)},$

(c)  $f(x) = \frac{x^3 + 2x + 12}{2x(x-2)(x-3)},$

(d)  $f(x) = \frac{x^3 + 2x + 12}{2x(x-2)^2}.$

### 2. Aufgabe

3+3+3=9 Punkte

(a) Nutzen Sie die Regel von l'Hospital um den Grenzwert

$$\lim_{\varepsilon \downarrow 0} \varepsilon^\alpha \log(\varepsilon), \text{ wobei } \alpha > 0$$

zu bestimmen.

(b) Berechnen Sie das uneigentliche Integral  $\int_0^1 \log(x) dx$  falls es konvergiert.

(c) Berechnen Sie das uneigentliche Integral

$$\int_0^1 (9x^2 - 4x + 1) \log(x) dx$$

falls es konvergiert.

### 3. Aufgabe

3+3+3=9 Punkte

Betrachten Sie die Funktion  $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \log(x).$

(a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom  $T_2(x, 1).$

(b) Finden Sie eine obere Schranke für den Betrag des Restglieds  $|R_2(x-1)|.$

(c) Wie muss  $a$  gewählt werden, um im Intervall  $[1, a]$  die Abschätzung  $|f(x) - T_2(x, 1)| \leq 10^{-2}$  zu garantieren?