

14. Übung zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaftler II
Sommersemester 2015

1. Aufgabe

Sei V die obere Hälfte der Kugel mit Radius 2 um den Nullpunkt, d.h.

$$V = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \leq 2, z > 0 \right\}.$$

Berechnen Sie das Integral

$$\int_V z \, dx \, dy \, dz.$$

2. Aufgabe

Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Ellipse

$$E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \right\}.$$

Hinweis: Verwenden Sie die Transformation in verallgemeinerte Polarkoordinaten $x = 2r \cos(\phi)$, $y = 3r \sin(\phi)$.

3. Aufgabe

Die durch Rotation der Gauß-Kurve e^{-x^2} um die z -Achse entstandene Rotationsfläche bildet mit der Ebene $z = e^{-1}$ einen Rotationskörper. Bestimmen Sie dessen Volumen.

4. Aufgabe

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme

- $(t + 1)y'(t) = -(t + 2)y(t) + 2 \sin(t)$, $y(0) = 2$,
- $y'(t) = t^2 (y(t))^2$, $y(0) = 3$.

Das Übungsblatt wird nicht in den Übungen besprochen, aber es wird eine Musterlösung auf der Website geben.