UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis

7. Übung zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaftler II
Sommersemester 2015

Abgabe: Donnerstag, 9.6.2015 vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Aufgabe

3+6+4+2 Punkte

Betrachten Sie die quadratische Form

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + \sqrt{2}x_1 - \sqrt{2}x_2.$$

1. Geben Sie eine symmetrische 2×2-Matrix A sowie $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^2$ und $c \in \mathbb{R}$ an, sodass
$$q(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A\mathbf{x} + \mathbf{b}^T\mathbf{x} + c.$$
2. Bestimmen Sie eine Diagonalmatrix D und eine orthogonale Matrix S mit $\det(S) = 1$, sodass $A = SDS^T$.
3. Substituieren Sie $\mathbf{x} = S\mathbf{y}$ in $q(\mathbf{x})$ und geben Sie die entstehende Gleichung $q(S\mathbf{y}) = 0$ an.
4. Welchem geometrischen Objekt entspricht die Lösungsmenge der Gleichung $q(S\mathbf{y}) = 0$?

3. Aufgabe

6+9 Punkte

Gegeben sei der Vektor $v \in \mathbb{R}^n$ mit $v_1 \neq 0$ und $\|v\| = 1$. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von $vv^\top \in \mathbb{R}^{n\times n}$ wenn

1. $n = 2$,
2. $n = 3$.

Hinweis: Überprüfen Sie ob der Vektor v ein Eigenvektor zu $vv^\top$ ist.