FB MI Mathematik
Univ.-Prof. Dr. Thomas Schuster
M.Sc. Rebecca Klein

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Wintersemester 2019/20

12. Übungsblatt zur Höheren Mathematik für Ingenieure 3

Aufgabe 1 **3+2=5 Punkte**

(i) Beweisen Sie, dass eine symmetrische Matrix $A \in \mathbb{R}^{m\times m}$ genau dann positiv definit ist, wenn alle Eigenwerte positiv sind.

(ii) Zeigen Sie: Ist $A = (a_{ij})_{i,j=1,\ldots,m} \in \mathbb{R}^{m\times m}$ positiv definit, so gilt

$$a_{ii} > 0,\ i = 1, \ldots, m.$$

Aufgabe 2 **5 Punkte**

Überprüfen Sie, ob die folgenden Matrizen positiv definit, positiv semidefinit, negativ definit, negativ semidefinit oder indefinit sind.

(i)

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

(ii)

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(iii)

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3 **5 Punkte**

Die Wirkung $W(x,t)$, die x Einheiten eines Medikaments t Stunden nach der Einnahme auf einen Patienten haben, wird in vielen Fällen durch

$$W(x,t) = x^2(a-x)t^2e^{-t},\ 0 \le x \le a,\ t \ge 0,$$

mit $a > 0$ dargestellt. Bestimmen Sie die Dosis x und die Zeit t so, dass $W(x,t)$ maximal ist. Wie groß ist die maximale Wirkung des Medikaments?

Aufgabe 4 **3+2=5 Punkte**

Sei die Funktion $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit

$$g(x, y, z) := z^3 + 2xy - 4xz + 2y - 1$$

gegeben.

(i) Zeigen Sie, dass durch $g(x, y, z) = 0$ in einer Umgebung U von $(x, y) = (1, 1)$ eine differenzierbare Funktion $z = f(x, y)$ mit $f(1, 1) = 1$ implizit definiert ist.

(ii) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}$ und $\frac{\partial f}{\partial y}$ im Punkt $(1, 1)$.

Abgabe: Donnerstag, 23.01.2020 **bis** 8.30 Uhr